



Apprentissage de fonctions d'énergie via les réseaux de neurones pour l'analyse de stabilité de systèmes faiblement hyperboliques : application au traitement des eaux usées

Porteur : [Mathieu BAJODEK](mailto:mathieu.bajodek@univ-lyon1.fr) (mathieu.bajodek@univ-lyon1.fr)

Partenaires : Claire VALENTIN (claire.valentin@univ-lyon1.fr)

Laboratoire : LAGEPP, DYCOF

Composante : MECA

Nature du financement demandé : Stage de M2

Dates : Entre Mars 2026 et Août 2026 (5 mois)

Résumé :

Ce projet de recherche de Master s'inscrit dans la thématique de l'énergie du futur, en développant des outils numériques intelligents pour l'analyse de la stabilité de systèmes dynamiques distribués. L'objectif est de concevoir une méthode rapide, sûre et novatrice pour estimer les fonctionnelles d'énergie dite de Lyapunov et les propriétés de stabilité de systèmes faiblement hyperboliques, tels que ceux rencontrés dans les **procédés de traitement des eaux usées**.

L'approche proposée repose sur les **réseaux de neurones informés par la physique**, capables d'apprendre les opérateurs de Lyapunov associés à des **équations aux dérivées partielles** de transport. Cette technique permet de contourner la résolution coûteuse d'équations de Lyapunov de dimension infinie en remplaçant des approches classiques par un réseau de neurone tout en garantissant la précision du résultat.

Le travail consistera à générer des données à partir de solutions analytiques connues dans des configurations particulières, à entraîner des réseaux de neurones dans d'autres configurations, puis à utiliser le résultat pour synthétiser des contrôleurs sur des applications concrètes.

En combinant mathématiques appliquées, apprentissage automatique et théorie du contrôle, ce projet ouvre des perspectives prometteuses pour la digitalisation des processus de pilotage des systèmes de traitement des eaux usées.

Mots clés : systèmes linéaires, théorie des opérateurs, analyse de stabilité de Lyapunov, réseaux de neurones, traitement de l'eau.

Sujet développé :

Objectif du projet

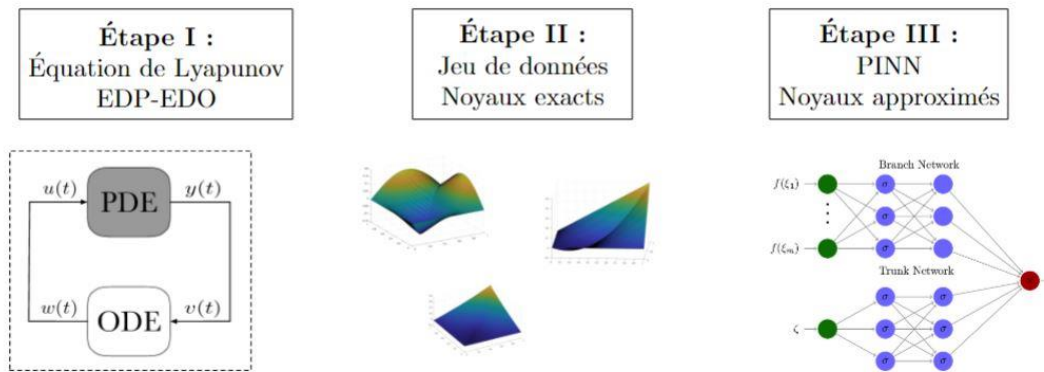
L'objectif principal est de développer un outil de calcul rapide, sûr et extensible pour prédire l'énergie et la stabilité des systèmes faiblement hyperboliques. À l'aide de réseaux de neurones informés par la physique (PINN), nous cherchons à approximer les opérateurs de Lyapunov (noyaux) décrivant les propriétés de stabilité du système. Cette approche permet d'éviter la résolution par éléments finis des équations de Lyapunov de dimension infinie, tout en garantissant la précision numérique de la solution. À partir de cette solution, une prédiction fiable et rapide de la stabilité est effectuée, en vue de réduire la consommation d'énergie et de prévenir les défaillances opérationnelles.

Cet outil sera appliqué aux stations de traitement des eaux usées, où les écoulements sont décrits par des équations aux dérivées partielles (EDP) de transport faiblement hyperboliques avec des conditions aux limites complexes. Plusieurs modèles simplifiés de ce type de systèmes peuvent être obtenus. Le calcul des fonctions de Lyapunov est essentiel pour statuer sur la stabilité du système.

Contexte et enjeux

De nombreux systèmes industriels, tels que les unités de clarification de l'eau, sont régis par des équations aux dérivées partielles (EDP) décrivant des phénomènes de transport. Lorsque ces processus physiques sont couplés à des contrôleurs numériques, la somme des énergies de l'état distribué et aux frontières (incluant le contrôle) ne permettent pas toujours de conclure sur la stabilité du système. Les fonctionnelles de Lyapunov offrent une alternative mathématique à l'énergie, fournissant une mesure de la stabilité du système. Cependant, le calcul explicite de l'opérateur de Lyapunov est souvent infaisable et coûteux en calcul.

Ce projet aborde la question suivante : comment prédire efficacement la stabilité pour des équations de transport complexes ?



Plan de travail

- **Génération de données** : Calculer les opérateurs de Lyapunov exacts sur une grille discrétisée de valeurs de paramètres (vitesses de transport, paramètres de bord, gains de contrôle).
- **Entraînement du réseau de neurones** : Entraîner un PINN à apprendre la correspondance entre les paramètres du système et les opérateurs de Lyapunov.
- **Généralisation et validation**: Utiliser le réseau entraîné pour prédire les opérateurs de Lyapunov pour de nouveaux ensembles de paramètres, avec des bornes d'erreur garanties.
- **Application aux systèmes de traitement de l'eau** : Implémenter la méthode en Python ou MATLAB pour une EDP de transport faiblement hyperbolique couplée à un contrôleur.

Bibliographie :

- [1] Alla, A., Bertaglia, G., & Calzola, E. (2025). A PINN approach for the online identification and control of unknown PDEs. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 206(1), 8.
- [2] Bhan, L., Shi, Y., & Krstic, M. (2023). Neural operators for bypassing gain and control computations in PDE backstepping. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 69(8).
- [3] Kharitonov, V. (2012). *Time-delay systems: Lyapunov functionals and matrices*, Springer.
- [4] Amirat, M. O., Andrieu, V., Auriol, J., Bajodek, M., & Valentin, C. (2025). Boundary feedback control of a 2x2 weakly hyperbolic system: Lyapunov-based approach. *IFAC-PapersOnLine*, 59(8), 155-160.